Prof. Dr. Alfred Toth

Surreale semiotische Verbände

1. Dass die Menge der transzendenten Zahlen gleichmächtig mit der Menge der reellen Zahlen ist, ist seit Georg Cantor bekannt, auch wenn diese Zahlen zum allergrössten Teil nicht bekannt sind. Dass es jedoch noch viel mehr „surreale“ Zahlen gibt, wissen wir erst seit Conway (1996, S. 283 ff.). Von besonderem Interesse sind die ebenfalls von Conway konstruierten (oder gefundenen?) „Nimbers“. Da wir wissen, dass die Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die nach Bense (1981, S. 17 ff.) auf den Peanozahlen basiert sind, Verbände bilden, wollen wir uns hier das merkwürdige Verhalten von Nimbers bei der verbandstheoretischen Addition und Multiplikation anschauen.

2. Im folgenden reproduziere ich die Additionstabelle von Nimbers aus Conway (1996, S. 293).

a + b	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	3	2	5	4	7	6
2	2	3	0	1	6	7	4	5
3	3	2	1	0	7	6	5	4
4	4	5	6	7	0	1	2	3
5	5	4	7	6	1	0	3	2
6	6	7	4	5	2	3	0	1
7	7	6	5	4	3	2	1	0

Daraus liest man leicht heraus:

$$\boxed{\begin{aligned} 0 \sqcup 0 &= 0 \\ 0 \sqcup 1 &= 1 \\ 0 \sqcup 2 &= 2 \\ 0 \sqcup 3 &= 3 \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} 1 \sqcup 1 &= 0 \\ 1 \sqcup 0 &= 1 \\ &\boxed{\begin{aligned} 1 \sqcup 3 &= 2 \\ 1 \sqcup 2 &= 3 \end{aligned}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \sqcup 2 &= 0 \\ &\boxed{2 \sqcup 3 = 1} \\ 2 \sqcup 0 &= 2 \\ &\boxed{2 \sqcup 1 = 3} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3 \sqcup 3 &= 0 \\ &\boxed{\begin{aligned} 3 \sqcup 2 &= 1 \\ 3 \sqcup 1 &= 2 \end{aligned}} \\ 3 \sqcup 0 &= 3 \end{aligned}$$

Wie man sieht, verhält sich nur der schwarz umrandete Block wie die Peano-Arithmetik. Bei den rot umrahmten kommen sogar plötzlich (in der Peano-Arithmetik gänzlich unbekannte) „Rejektionswerte“ zum Vorschein.

3. Ähnlich sind die Verhältnisse bei der Nimber-Multiplikation (Conway 1996, S. 294):

a + b	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	3	1	8	10	11	9
3	0	3	1	2	12	15	13	14
4	0	4	8	12	6	2	14	10
5	0	5	10	15	2	7	8	13
6	0	6	11	13	14	8	5	3
7	0	7	9	14	10	13	3	4

Man sieht auch hier leicht heraus:

$$\boxed{\begin{array}{l} 0 \sqcap 0 = 0 \\ 0 \sqcap 1 = 0 \\ 0 \sqcap 2 = 0 \\ 0 \sqcap 3 = 0 \end{array}} \qquad \begin{array}{l} 1 \sqcap 0 = 0 \\ 1 \sqcap 1 = 1 \\ 1 \sqcap 2 = 2 \\ 1 \sqcap 3 = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \sqcap 0 = 0 \\ \boxed{2 \sqcap 3 = 1} \\ 2 \sqcap 1 = 2 \\ 2 \sqcap 2 = 3 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 3 \sqcap 0 = 0 \\ \boxed{3 \sqcap 2 = 1} \\ 3 \sqcap 3 = 2 \\ 3 \sqcap 1 = 3 \end{array}$$

Auch hier funktionieren nur die schwarz umrandeten Vereinigungen wie in der Peano-Arithmetik, vgl. z.B. Peano $2 \sqcap 1 = 1$, Nimber $2 \sqcap 1 = 2$; Peano $2 \sqcap 2 = 2$, Nimber $2 \sqcap 2 = 3$, usw.

Bibliographie

Conway, John H./Guy, Richard K., The Books of Numbers. New York 1996

27.2.2011